

Beschränktes Wachstum

Eine reelle Funktion $f = f(x)$ sei für hinreichend große $x \in \mathbb{R}$ definiert und in jedem endlichen Intervall $I \subset \mathcal{D}(f)$ gleichmäßig beschränkt. Ferner gelte mit einem reellen $q > 1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(qx) - f(x)}{x} = a \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass daraus folgt:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{a}{q-1}.$$